**AGENT DE MAITRISE EXTERNE EPREUVE DE MATHEMATIQUES**

**corrigé et barème**

Exercice 1 Combien sont-ils ? (2 points)

***Un groupe d'amis se rend dans un café. Chaque personne prend un café au prix d'1 € 30. Sur un billet de 20 € donné pour payer les consommations, le serveur rend 10 € 90. Combien de personnes composent le groupe d'amis ?***

On peut résoudre l'équation $1{,}30x + 10{,}90 = 20$ dont la solution est $x = 7$ ou calculer $\frac{20-10{,}90}{1{,}30} = 7$

7 personnes composent le groupe d'amis.

Barème : 2 points avec la réponse et un calcul donné (ou une succession de calculs) ou une équation.

Réponse seule : 1 point.

Exercice 2 Le nombre écarté (3 points)

***Parmi les entiers consécutifs de 1 à 9, on en écarte un et la moyenne est 4,75. Quel nombre a été écarté ?***

Après avoir écarté un des entiers, il en reste 8. En notant $S$ la somme des $8$ entiers restants, on a $\frac{S}{8} = 4{,}75$ soit $S = 8 \times 4{,}75 = 38$. Sachant que la somme des entiers de 1 à 9 est égale à $45$, on calcule $45 - 38 = 7$. C'est le nombre 7 qui a été écarté.

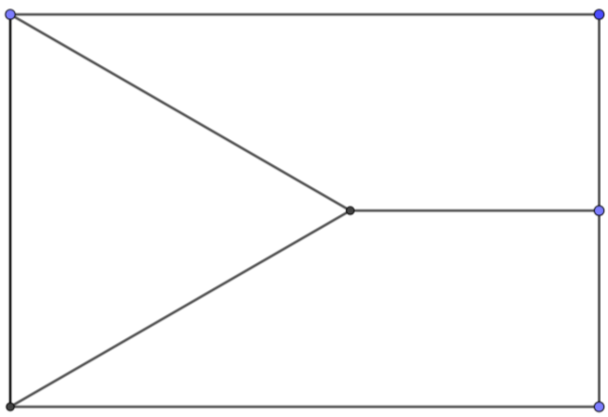
Vérification : $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 8 + 9 = 38$

Barème : 3 points avec la réponse et une justification cohérente.

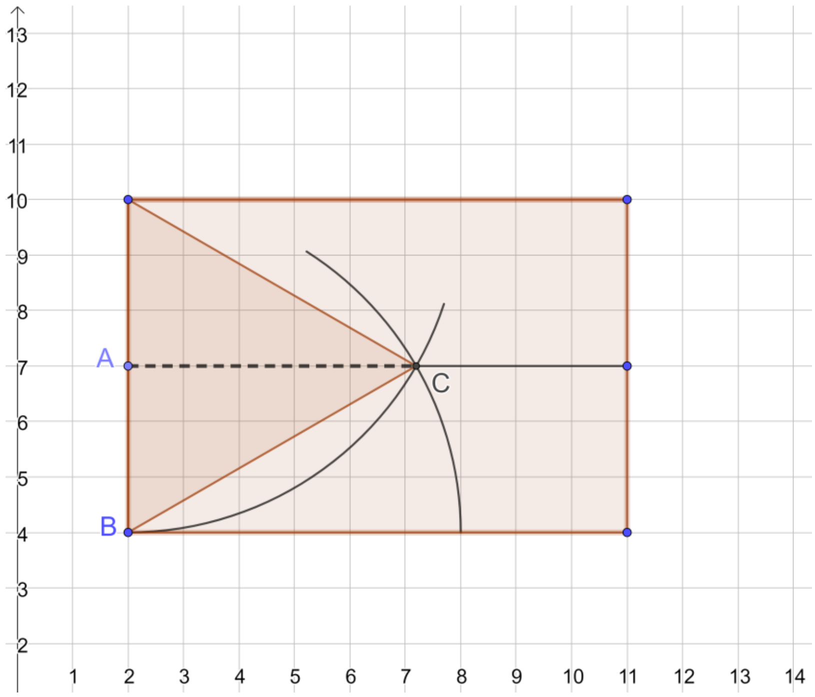
Réponse seule : 1,5 point.

Exercice 3 Etude d'un drapeau (8 points)

***Une figure est composée d'un triangle équilatéral, et de deux trapèzes rectangles, comme indiqué ci-après. Les dimensions du rectangle sont, en centimètres, 60 en largeur (l) et 90 en longueur (L).***



1. ***Faire une figure à l'échelle $1/10$.***




Barème : 1 point. Les dimensions du rectangle sont alors 6 cm en largeur et 9 cm en longueur. Le triangle est équilatéral de côté 6 cm.

2. ***Quel est le rapport, en fraction irréductible, $\frac{L}{l}$ ?***

$\frac{L}{l} = \frac{90}{60} = \frac{3}{2}$ en simplifiant par $30$.

Barème : 1 point.

3. ***Calculer, en cm² et en m², l'aire de la figure.***

En notant $A_1$ l'aire de la figure, on a $A_1 = 60 \times 90 = 5400\ cm^2 = 0{,}54\ m^2$

Barème : 1 point partagé : O,5 point pour l'aire en cm², O,5 point pour l'aire en m².

4. ***Dans le triangle, tracer en pointillés la hauteur issue du sommet situé à l'intérieur de la figure.***
   ***Calculer, en valeur exacte et en valeur approchée au centième près, la longueur de la hauteur du triangle équilatéral.***

Dans le triangle ABC rectangle en A, d'après le théorème de Pythagore : $AB^2 + AC^2 = BC^2$

$30^2 + AC^2 = 60^2$ ou $AC^2 = 60^2 - 30^2 = 3600 - 900 = 2700$ d'où $AC = \sqrt{2700}$ ou $30\sqrt{3}$ car $\sqrt{27} = \sqrt{900 \times 3} = \sqrt{900} \times \sqrt{3} = 30\sqrt{3}$

Au centième près $AC$ ≈51,96 cm

Barème : 2 points répartis ainsi : 1 point pour la valeur exacte $\sqrt{2700}$ ou $30\sqrt{3}$, 0,5 point pour l'arrondi au centième près, 0,5 point pour le tracé en pointillé de la hauteur sur la figure de la première question.

***On prendra pour les deux questions suivantes la valeur 52 (en centimètre) pour la hauteur du triangle équilatéral.***

5. ***Un observateur affirme que la surface du triangle représente entre $\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{3}$ de la surface du rectangle. Cette affirmation est-elle exacte ? Justifier avec soin.***

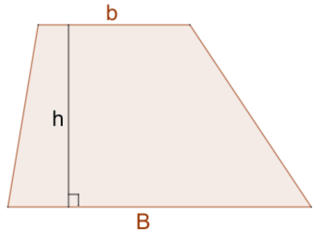
On calcule la surface du triangle bleu, notée $A_2$: $A_2 = \frac{base \times hauteur}{2} = \frac{60\times52}{2} = 1560$ cm²

On calcule le rapport $\frac{A_2}{A_1} = \frac{1560}{5400} = \frac{13}{45} \approx 0{,}289$ au millième près, soit environ $28{,}9\%$

Le rapport est compris entre $\frac{1}{4}$ $(25\%)$ et entre $\frac{1}{3}$ $(33{,}3\%\ environ)$. L'affirmation est donc exacte.

Barème : 2 points répartis ainsi : 1 point pour le calcul de la surface du triangle, 0,5 point pour le calcul du rapport, O,5 point pour la conclusion.

6. ***L'aire $A$ d'un trapèze dont la grande base est $B$, la petite base $b$ et la hauteur $h$ est donnée par la formule suivante et illustrée par la figure :***
$\boldsymbol{A = \frac{(B+b)\times h}{2}}$




***Calculer, en cm², l'aire d'un des trapèzes constituant la figure.***

On note $A_3$ cette surface. $A_3 = \frac{[90+(90-52)]\times30}{2} = 1920$ cm²

En remarquant que le drapeau est constitué du triangle équilatéral et de deux trapèzes, on peut aussi calculer l'aire du trapèze de la façon suivante :

$A_3 = \frac{A_1 - A_2}{2} = \frac{5400-1560}{2} = 1920$ cm²

Barème : 1 point.

| Exercice 4 Trajet en voiture (4 points) |
|---|

***Je pars de Paris à $13h45$ et j'arrive à Lyon à $17h35$.***

1) ***Quelle est la durée du voyage ?***
2) ***La distance Paris – Lyon est estimée à $463$ km. Le coût du péage est de $36€50$, et on ajoute $9$ centimes d'euros par kilomètre parcourus. Calculer le coût total du voyage.***
3) ***Calculer la vitesse moyenne sur ce parcours. Arrondir à 1km/h près.***

1) $17h35 - 13h45 = 3h50$
   La durée du voyage est de $3h50$.

Barème : 1 point

2) $463 \times 0{,}09 = 41{,}67$ (9 centimes=0,09€)
   $36{,}50 + 41{,}67 = 78{,}17$
   Le coût total du voyage est $78{,}17$€.

Barème : 1 point

3) On note $v$ la vitesse moyenne, on a $v = \frac{d}{t} = \frac{463}{3+\frac{5}{6}} = 120{,}783$ au millième près soit $\approx 121$ à l'unité près.
Remarque : $50$ minutes = $\frac{5}{6}$ h
La vitesse moyenne est de $121$ km/h à $1$ km/h près.

Barème : 2 points répartis ainsi : 0,5 point pour la formule de $v$ ou l'écriture du quotient $\frac{d}{t}$ avec des valeurs numériques, 1 point pour le calcul dont la conversion du temps en heures. 0,5 point pour l'arrondi à l'unité. Dans le cas d'une erreur dans la première question, on validera la question 3 (2 points) si le calcul est cohérent.

Exercice 5 Poids des cartables (3 points)

***Dans un collège, on a pesé le cartable de $50$ élèves de $5^{ème}$ choisis au hasard pour mener une enquête sur le poids des cartables.***

***Chaque cartable est pesé, la mesure obtenue est arrondie au kg près.***

***Les résultats de cette enquête figurent dans le tableau ci-dessous.***

| ***Poids en kg*** | ***1*** | ***2*** | ***3*** | ***4*** | ***5*** | ***6*** | ***7*** | ***8*** | ***9*** | ***10*** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ***Effectif*** | ***2*** | ***1*** | ***4*** | ***3*** | ***6*** | ***10*** | ***9*** | ***8*** | ***4*** | ***3*** |

***Interprétation du tableau : première colonne de nombres : 2 élèves ont un sac de 1kg chacun.***

1) ***Calculer le poids moyen des cartables.***
2) ***Déterminer le pourcentage d'élèves ayant un cartable pesant $6$ kg ou plus.***
3) ***Est-il vrai que moins d'un quart des élèves ont un cartable pesant au plus $4$ kg ?***

1) On note $m$ la moyenne : $m = \frac{2\times1+1\times2+4\times3+3\times4+6\times5+10\times6+9\times7+8\times8+4\times9+3\times10}{2+1+4+3+6+10+9+8+4+3} = \frac{311}{50} = 6{,}22$

Le poids moyen est de $6{,}22$ kg.

2) On calcule $\frac{10+9+8+4+3}{50} = \frac{34}{50} = \frac{17}{25} = 0{,}68$ soit $68\ \%$.
$68\ \%$ des élèves ont un cartable sesant $6$ kg ou plus.
3) On calcule $\frac{2+1+4+3}{50} = \frac{10}{50} = \frac{1}{5} = 0{,}2$ soit $20\ \%$.
Il est donc vrai que moins d'un quart des élèves ($\frac{1}{4} = 0{,}25$ soit $25\ \%$) ont un cartable pesant au plus $4$ kg.

Barème : 3 points, 1 point par question. Pour la question 1 on pourra valider une réponse approchée à 6 kg pour le poids moyen.